
Grundy数の説明

関西学院高等部
数理科学部

グランディ数とは

Sprague Grundyによって導入された理論

以下の定義を用いて算出する。

(定義) move 関数

与えられた状態から一手で移動することの出来る
全ての状態を列挙する関数

(定義) mex (minimum extended value) 関数

集合 S に含まれていない数字の中で, 最も小さい非負整数を
出力する関数

mexの具体例

mex関数

集合 S に含まれていない数字の中で、最も小さい非負整数を出力する関数

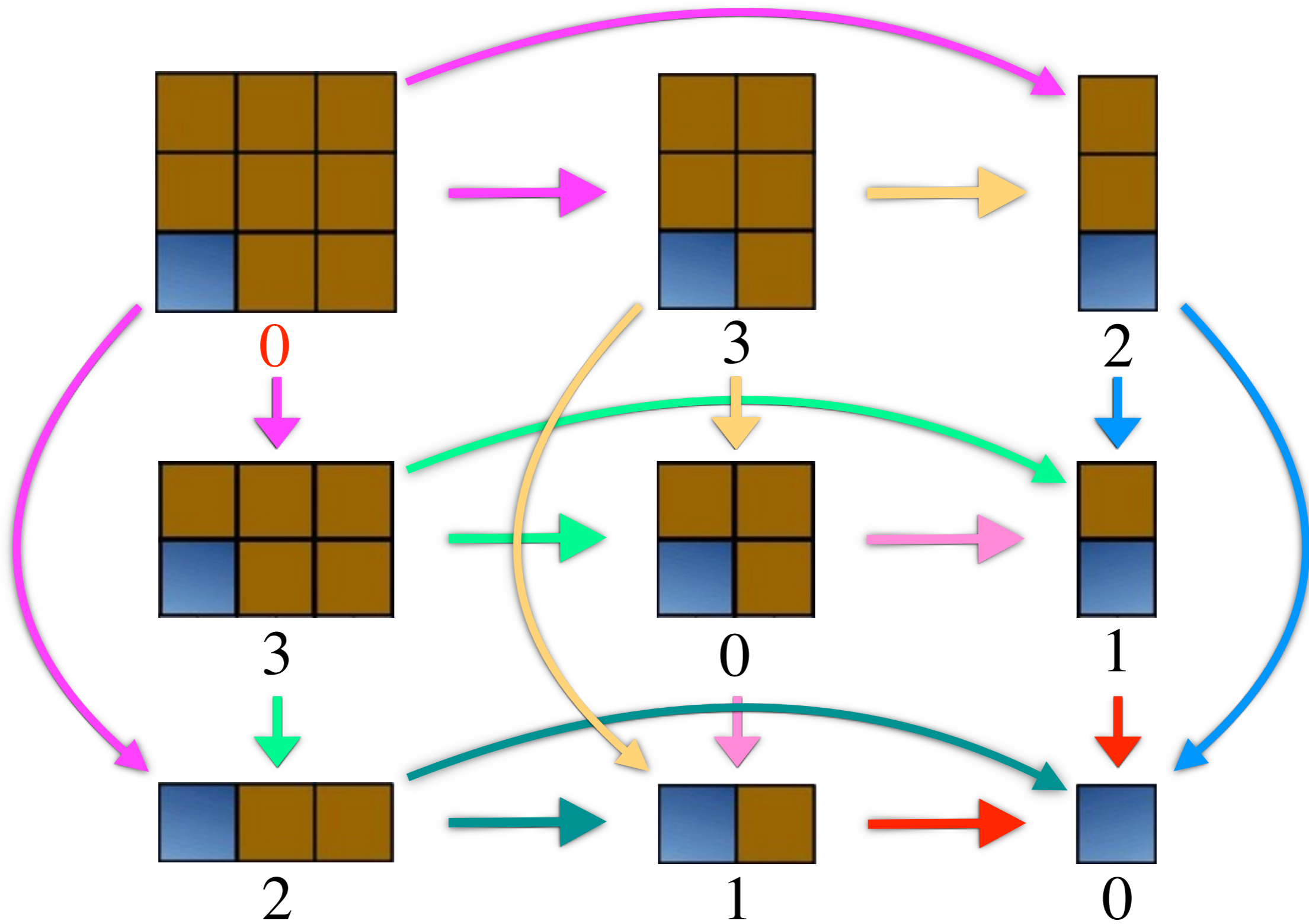
S

$$\text{mex}(\{0,1,2,3\}) = \underline{4}$$

~~0~~ ~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ **4** 5

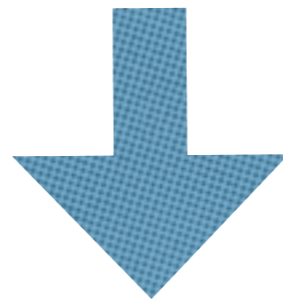
$$\text{mex}(\{0,1,3,4\}) = \underline{2}$$

~~0~~ ~~1~~ **2** ~~3~~ ~~4~~ 5



- グランディ数0の状態から, グランディ数が正の状態に移動する.
- グランディ数が正の状態から, うまく選べばグランディ数0の状態へ移動出来る.

- グランディ数0の状態から, グランディ数が正の状態に移動する.
- グランディ数が正の状態から, うまく選べばグランディ数0の状態へ移動出来る.



- グランディ数0から出発したとき, 相手がうまくプレイすれば必ず負ける.
- グランディ数が正から出発したとき, 自分がうまくプレイすれば必ず勝てる.

グラウンディ数の定義

(定義) move 関数

与えられた状態から一手で移動することの出来る
全ての状態を列挙する関数

(定義) mex (minimum extended value) 関数

集合 S に含まれていない数字の中で、最も小さい非負整数を
出力する関数

$$G(y, z) = \text{mex}\{G(\{u, v\}); \{u, v\} \in \text{move}(\{y, z\})\}$$

一般に, 次のことが言える

- グランディ数0の状態から出発したときは, 相手がうまくプレイすれば必ず負ける. ➡ 先手必勝
- グランディ数が正の状態から出発したときは, 自分がうまくプレイすれば必ず勝てる. ➡ 後手必勝

ゲームの局面の分類: 帰結類(outcome class)

状態を以下の2つに分類出来る

- N-Position ➡ 先手必勝
- P-Position ➡ 後手必勝

➡ グランディ数が0のとき, P-Position